Chap 5 – Pyramides et cônes

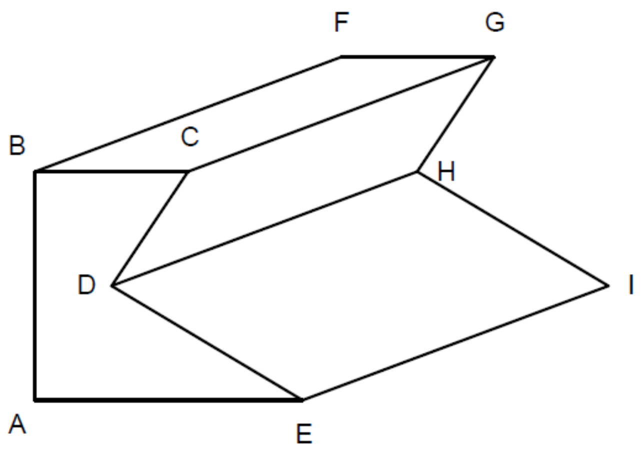
Objectifs
Dans ce chapitre, je vais apprendre à : 1. Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales 2. Développer sa vision de l'espace 3. Mettre en relation diverses représentations de solides (vue en perspective, vue de face, vue en coupe) 4. Mettre en relation diverses représentations de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, ...) 5. Utiliser des solides concrets ou utiliser un logiciel de géométrie pour illustrer certaines propriétés. 6. Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône

❶	**Activité : former des volumes à l'aide de patrons** Attention ! Besoin de scotch ! Utilisation du fichier : patrons.pdf Groupes de 3 élèves : • Chaque élève découpe ses patrons à la maison • Chaque groupe doit réaliser/scotcher/former 6 patrons • **10 minutes à la fin pour admirer les réalisations de chacun**
❶	Activité : présentation de plusieurs solides : identifier, vocabulaire.
❶	Banque exercices n° 8
❶	Banque exercices n° 9
❶	P. 239 ex 4
❷	

I. Décrire un solide : Vocabulaire - Définition

A. Solide quelconque

Considérons le solide suivant :



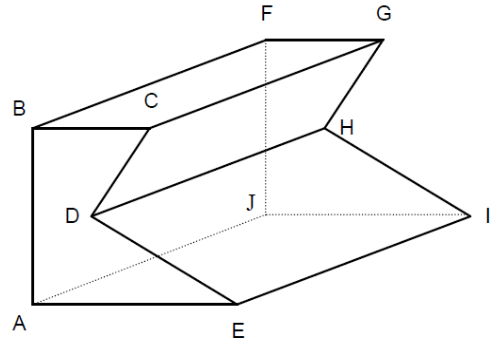
ABCDE, BCGF, CGHD, ... sont des faces du solide.

A, B, C, D, ... sont des sommets du solide.

[AB], [BC], [CD], ... sont des arêtes du solide.

❷

Toutes les faces du solide ne sont pas représentées. On convient de dessiner en pointillés les arêtes que l'on ne voit pas.



❷

B. Le prisme droit :

Un prisme droit est un solide composé :

- de deux bases (BCDEA et FGHIJ) de forme polygonale (triangles, quadrilatères, ...) superposables et parallèles.
- de faces latérales qui sont des rectangles : BCGF, CDHG, DEIH, EAJI et ABFJ.
- d'arêtes latérales perpendiculaires aux bases.

Les arêtes latérales ont la même longueur : cette distance entre les deux bases est appelée hauteur du prisme droit.

❷

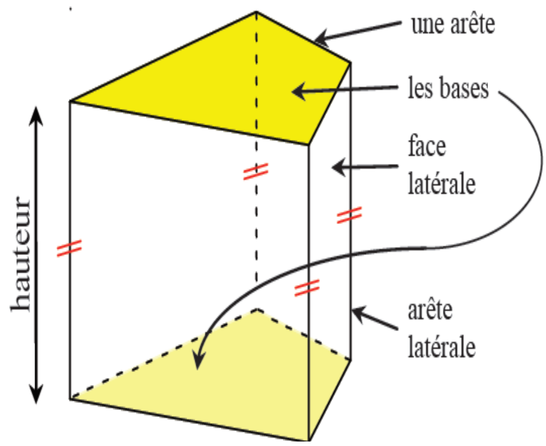
Exemple :

Ci-contre est dessiné un prisme droit dont une base est un quadrilatère quelconque.

Combien de faces possède-t-il ? 6.

Combien de bases possède-t-il ? 2.

Combien de faces latérales possède-t-il ? 4.



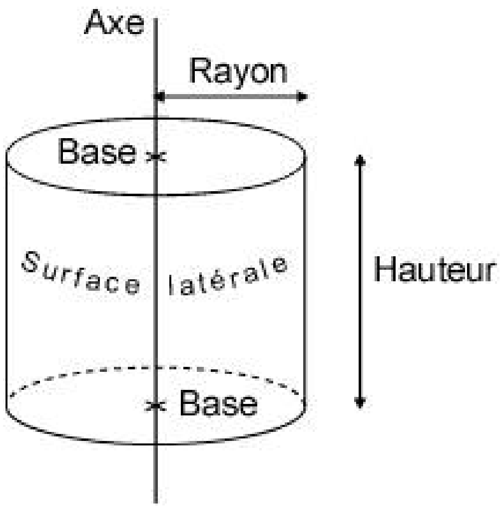
❷

C. Le cylindre de révolution :

Un cylindre de révolution est un solide composé :

- de deux faces parallèles qui sont des disques de même rayon, et que l'on appelle bases.
- une surface courbe appelée face latérale.

La hauteur d'un cylindre est la longueur joignant les centres des bases.



❷

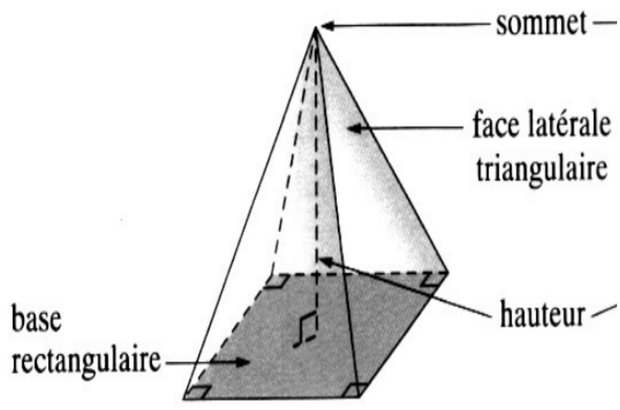
D. Les Pyramides :

Pyramide quelconque de sommet S :

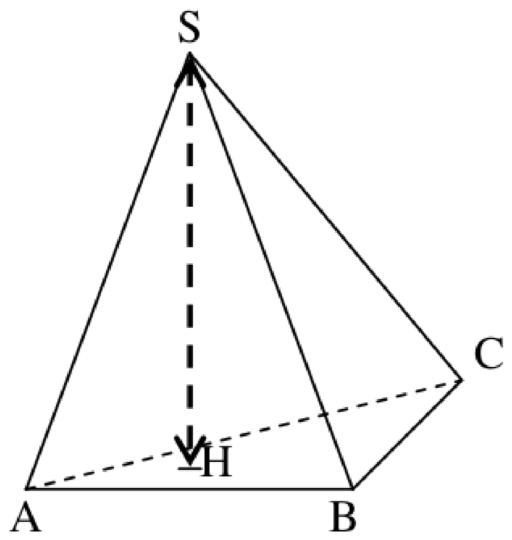
Une pyramide est un solide composé :

- d'une base de forme polygonale (triangles, quadrilatères, ...).
- de faces latérales triangulaires, ayant un sommet commun, le sommet de la pyramide.

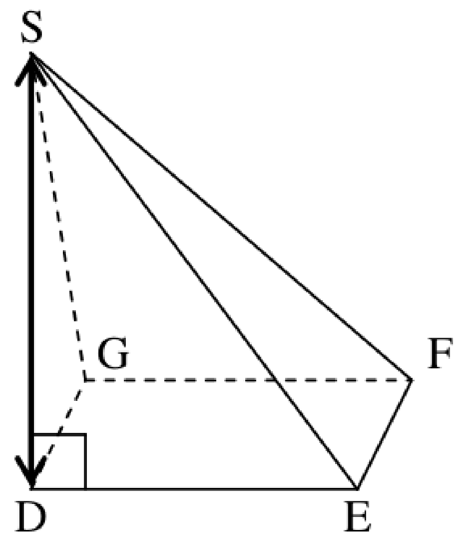
La hauteur d'une pyramide est le segment perpendiculaire au plan de la base.



❷



Pyramide à base triangulaire

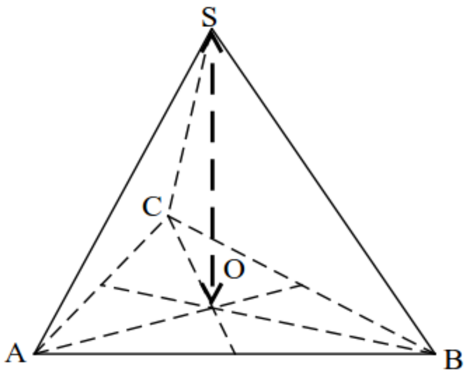


Pyramide à base rectangulaire, DONT UNE ARETE EST LA HAUTEUR

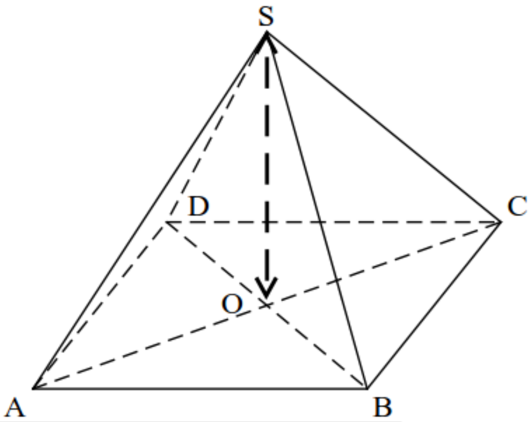
❷

	Pyramide à base triangulaire	Pyramide à base rectangulaire
SOMMET	**S**	**S**
BASE	**ABC**	**DEFG**
FACES LATÉRALES	3 faces: ABS, BCS et ACS	4 faces : DES, EFS, FGS et GDS
HAUTEUR	**[SH]**	**[SD]**

❷ **Pyramide régulière de sommet S :**



Pyramide régulière
à base triangulaire



Pyramide régulière
à base carrée

ABC est un triangle équilatéral de centre de gravité O.	ABCD est un carré de centre O

Une pyramide de sommet S est dite « régulière » lorsque :

- Sa base est un polygone régulier de centre O : triangle équilatéral, carré, ...
- [SO] est la hauteur de cette pyramide.

Remarque :

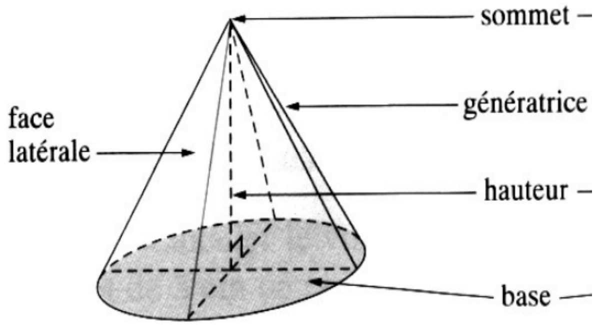
Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables.

❷

E. Le cône de révolution :

Un cône est un solide composé :

- d'une base en forme de disque.
- d'une seule face latérale, non plane.
- d'un sommet.



La hauteur d'un cône est le segment perpendiculaire au plan de la base.

❷	P. 238 ex 1
❷	P. 238 ex 2
❷	P. 239 ex 9
❷	P. 244 ex 48

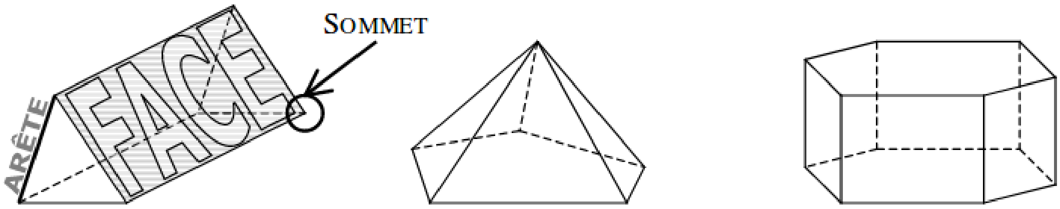
❸

II. Les vues d'un solide

A. Vue en perspective cavalière

Puisqu'il est impossible de faire tenir un solide sur une feuille plane, on le représente suivant un procédé de dessin appelé perspective cavalière.

Exemples :



5 faces
9 arêtes (dont 3 cachées)
6 sommets

6 faces
10 arêtes (dont 3 cachées)
6 sommets

8 faces
18 arêtes (dont 5 cachées)
12 sommets

Règles de représentation :

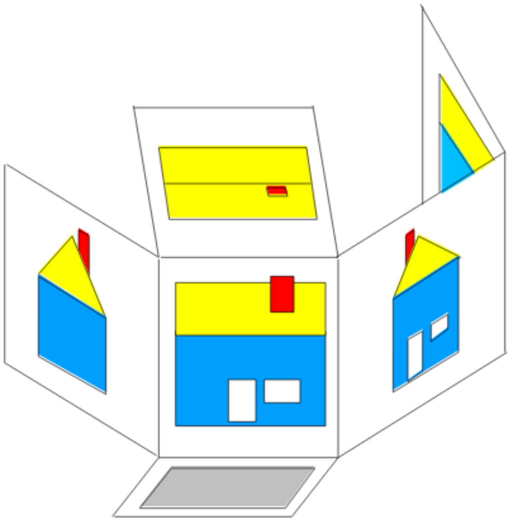
- Les faces avant et arrière (situées dans le même plan que la feuille) sont en vraie grandeur.
- Les autres faces sont déformées par la perspective, qui ne conserve que le parallélisme.
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.

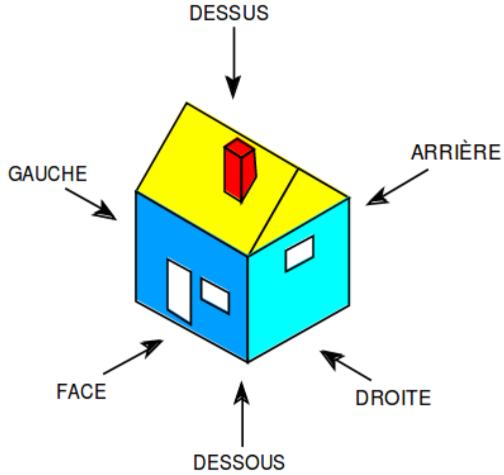
❸	Présentation des fichiers géogébra sur les volumes de révolution
❸	Banque exercices n° 1
❸	Banque exercices n° 2
❸	Banque exercices n° 3
❸	Banque exercices n° 4
❸	Banque exercices n° 5
❸	Banque exercices n° 6
❸	Banque exercices n° 7

❹

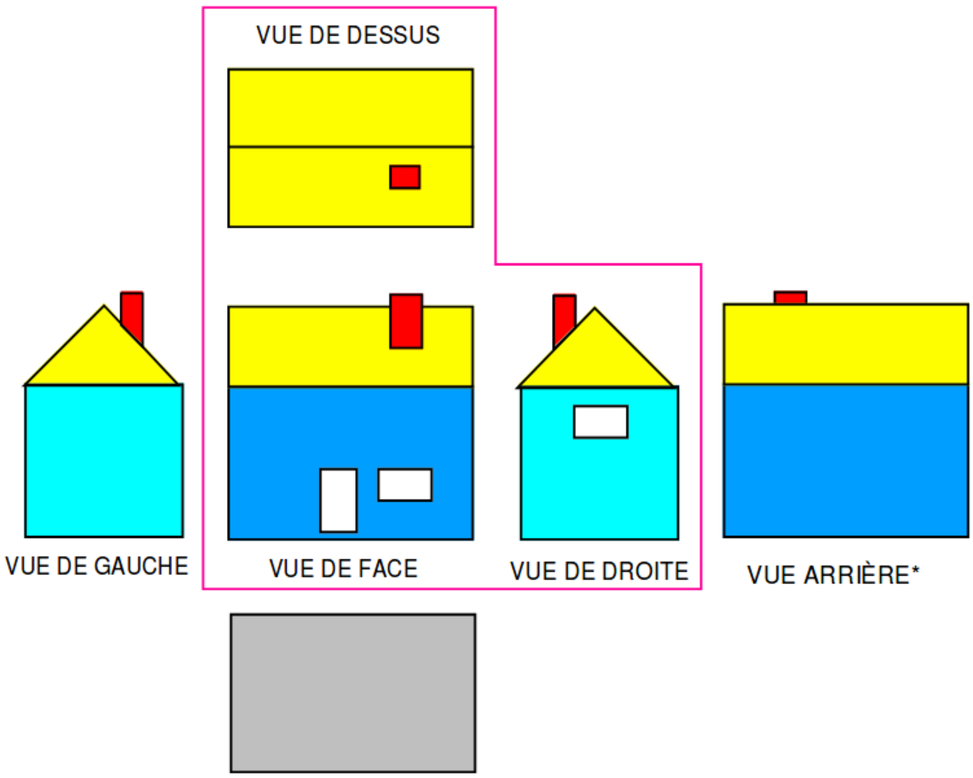
B. Les 6 vues de la projection orthogonale

Le principe de représentation consiste à placer un objet au centre d'un cube, puis à projeter les vues sur ses faces.
Il ne reste qu'à ouvrir le cube pour obtenir les vues sur une surface.





❹



Tout objet peut être représenté par six vues. Habituellement, on dessine seulement celles qui sont nécessaires (2 ou 3). Les vues les plus utilisées forment un L

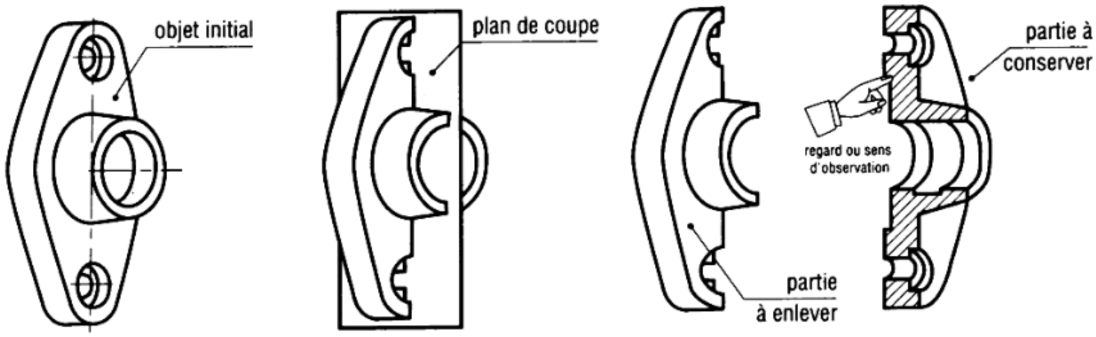
❹

C. Le plan de coupe

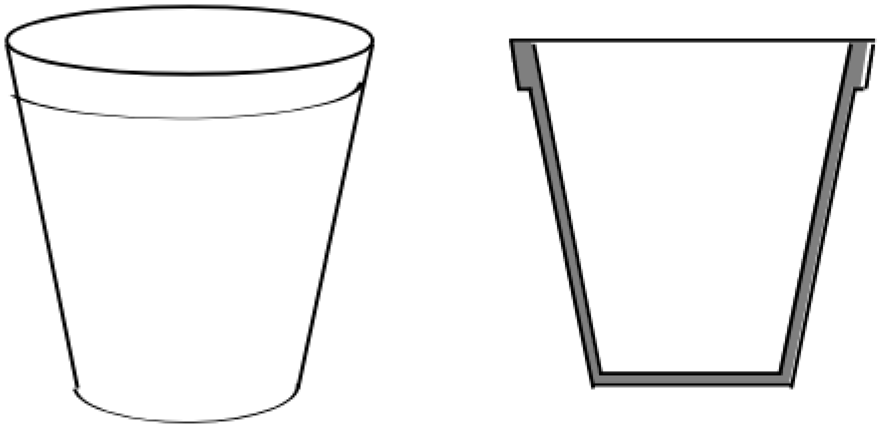
La coupe est un artifice qui permet de simplifier la compréhension de dessins complexes.

La coupe est virtuelle et nous permet de voir des détails intérieurs d'une pièce.

Les hachures mettent en évidence là où le solide est coupé.



❹



Vue extérieure   Vue en coupe

❹ P. 239 ex 5

❹ P. 246 ex 57 + redessiner la vue de gauche comme une vue en coupe si cette coupe passe par le plan de symétrie.

❺

III. Calcul du volume d'une pyramide et d'un cône

A. Rappel – Tableaux de conversion

i. Pour les longueurs :

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	

EXERCICE 1	
a. 3 m =	cm
b. 18 dam =	dm
c. 157 m =	mm
d. 750 m =	dm
e. 54 km =	m
f. 1,275 km =	dam
g. 9,625 m =	cm
h. 0,761 32 km =	dm
i. 7,250 000 km =	m
j. 8,25 km =	m

❺

ii. Pour les aires :

	km²		hm² ha		dam² a		m²		dm²		cm²		mm²	

EXERCICE 2	
a. 9,45 m² =	mm²
b. 8,3 ha =	m²
c. 0,75 km² =	dm²
d. 9,61 a =	cm²
e. 157,7 m² =	hm²
f. 971 346,1 mm² =	dam²
g. 12 000 cm² =	m²
h. 145 000 mm² =	a
i. 703,321 m² =	hm²
j. 572 cm² =	dam²

❺

iii. Pour les volumes :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL		L	dL	cL	mL			
	1	3	0	0	0						

EXERCICE 1	
a. 13 m^3 =	13 000 dm^3
b. 18 dm^3 =	mm^3
c. 157 dm^3 =	m^3
d. 1750 mm^3 =	dm^3
e. 0,125 cm^3 =	mm^3
f. 1,275 L =	dm^3
g. 9,625 hL =	L
h. 1 250,3 L =	m^3
i. 7 250 000 mm^3 =	m^3
j. 1 258,25 dm^3 =	mm^3

❺

B. Rappel – Calcul d'une aire

Carré de coté L : $A_{carre}=L^2$

Rectangle de longueur L et largeur l : $A_{rectangle}=L\times l$

Triangle ABC rectangle en A : $A_{\text{triangle\_rectangle}}=\dfrac{AB\times AC}{2}$

Triangle quelconque de base b et de hauteur correspondante h : $\mathrm{A}_{triangle}=\dfrac{b\times h}{2}$

Disque de rayon R : $\mathrm{A}_{disque}=\pi\times R\times R=\pi\times R^2$

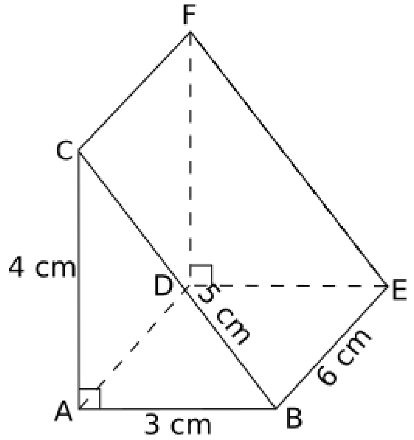
❺

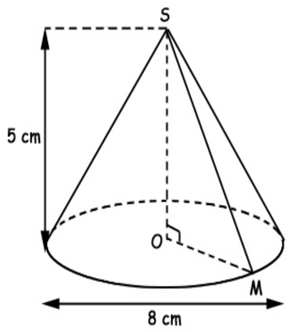
C. Rappel – Calcul du volume d'un prisme

Pour calculer le volume d'un prisme, on calcule le produit de l'aire de la base par la hauteur :

$$V=\text{Aire de la base}\times\text{Hauteur}$$

Exemple :

		$\text{Aire de la base} = \frac{AB \times AC}{2}$ $= \frac{3 \times 4}{2}$ $= 6$ $\text{Hauteur} = 6$ $V = 6 \times 6$ $= 36\,cm^3$

❺	**D. Volume d'une pyramide ou d'un cône** Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution, on calcule le tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur : $V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ ***Exemple :***  $\text{Aire de la base} = \pi r^2 = \pi \times 4^2 = 50{,}27\,cm^2$ $\text{Hauteur} = 5\,cm$ $V = \frac{50{,}27 \times 5}{3} = 83{,}78\,cm^3$
❺	Banque exercices n° 10
❺	P. 240 ex 12
❺	P. 240 ex 14
❺	P. 241 ex 16
❺	P. 241 ex 20
❺	P. 244 ex 46