

# Séquence 5 – Volumes – Pyramides - Cônes

## Objectifs

Dans ce chapitre, je vais apprendre à :

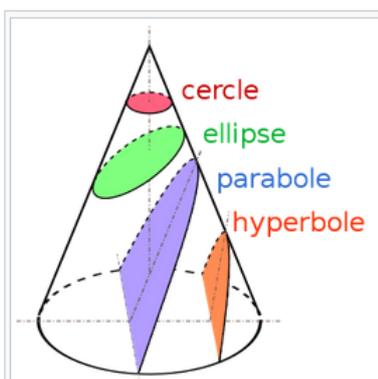
1. Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales
2. Développer sa vision de l'espace
3. Mettre en relation diverses représentations de solides (vue en perspective, vue de face, vue en coupe)
4. Mettre en relation diverses représentations de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, ...)
5. Utiliser des solides concrets ou utiliser un logiciel de géométrie pour illustrer certaines propriétés.
6. Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône

### Hypatie d'Alexandrie

Hypatie d'Alexandrie fut la première philosophe, mathématicienne et physicienne dont l'existence a été prouvée de manière fiable. Elle est née en Egypte à la fin du IV<sup>ème</sup> siècle.

Enseignante et directrice de l'école néoplatonicienne, elle cultivait des connaissances telles que la géométrie et la logique.

Elle a été enseignante de chrétiens et de païens, qui ont fini par occuper des postes élevés dans la société alexandrine.

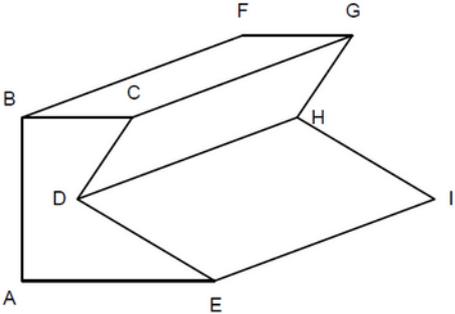
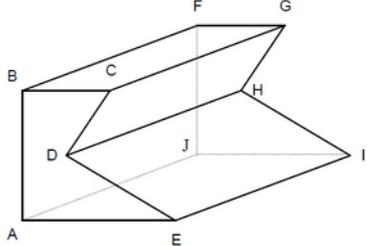


Hypatie écrit un commentaire sur le traité d'Apollonios de Perga sur les sections coniques<sup>11</sup>.

Parmi ses réalisations scientifiques, mentionnons l'amélioration des astrolabes primitifs qui servaient à déterminer la position des étoiles dans la voûte céleste. De plus, elle a inventé un densimètre, un instrument utilisé pour déterminer la densité relative des liquides sans avoir besoin de calculs mathématiques complexes.

Alexandrie était le siège central d'une guerre

	<p>civile sanglante entre chrétiens et païens. L'élite intellectuelle soutenait les défenseurs du temple païen. Tous les philosophes défendant le paganisme ont quitté Alexandrie pour sauver leur vie. Cependant, Hypatie, qui considérait que la philosophie, la science et les mathématiques étaient très éloignées des conflits politiques et religieux, continuait à donner des cours comme si toute cette guerre n'avait pas lieu.</p> <p>Mais le niveau de persécution contre tout ce qui n'est pas chrétien augmente. Cette fois, Hypatie ne peut rester en dehors des disputes. Les chrétiens surnomment Hypathie "la païenne". Il n'était pas difficile de répandre des rumeurs sur l'état de sorcellerie de cette scientifique. Pour les analphabètes, les signes mathématiques semblaient être des invocations au diable et l'astronomie était facile à confondre avec l'astrologie. Soudain, Hypatie d'Alexandrie était devenue une sorcière des mauvais arts.</p> <p>Un jour de mars 415, pendant le Carême, Hypatie rentre chez elle. Soudain, une foule l'attaque et l'emmène. Hypatie est écorchée vive avec des morceaux de poterie que l'on arrache des murs, en pleine ferveur. Puis, la foule a mis feu à ses restes.</p>		
<p><b>1</b></p>	<p>Questions flash : _____</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>1</b></p>	<p><b>Objectifs :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser des solides concrets pour illustrer certaines propriétés</li> <li>• Mettre en relation diverses représentations de situations spatiales : patrons</li> </ul> <p><b>Modalités : Activité puis cours puis exercices</b></p> <p><b>Compétences travaillées :</b></p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>1</b></p>	<p><b>Activité : former des volumes à l'aide de patrons</b></p> <p>Attention ! Besoin de scotch !</p> <p>Utilisation du fichier : patrons.pdf</p> <p>Groupes de 3 élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Chaque élève découpe ses patrons à la maison</li> <li>• Chaque groupe doit réaliser/scotcher/former 6 patrons</li> <li>• <b>10 minutes à la fin pour admirer les réalisations de chacun</b></li> </ul>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>1</b></p>	<p>Activité : présentation de plusieurs solides : identifier, vocabulaire.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>1</b></p>	<p>Banque exercices n° 8</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1	Banque exercices n° 9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
1	P. 239 ex 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<p><b>Objectif : Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales</b></p> <p><b>Modalités : Activité puis cours puis exercices</b></p> <p><b>Compétences travaillées :</b></p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<p><b>I. Décrire un solide : Vocabulaire - Définition</b></p> <p><b>A. Solide quelconque</b></p> <p>Considérons le solide suivant :</p>  <p>ABCDE, BCGF, CGHD, ... sont des faces du solide.</p> <p>A, B, C, D, ... sont des sommets du solide.</p> <p>[AB], [BC], [CD], ... sont des arêtes du solide.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<p>Toutes les faces du solide ne sont pas représentées. On convient de dessiner en pointillés les arêtes que l'on ne voit pas.</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<p><b>B. Le prisme droit :</b></p> <p>Un prisme droit est un solide composé :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ de deux bases (BCDEA et FGH) de forme polygonale (triangles, quadrilatères, ...) superposables et parallèles.</li> <li>◦ de faces latérales qui sont des rectangles : BCGF, CDHG, DEIH, EAJI et ABFJ.</li> </ul>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ □ d'arêtes latérales perpendiculaires aux bases.</li> </ul> <p>Les arêtes latérales ont la même longueur : cette distance entre les deux bases est appelée hauteur du prisme droit.</p>		
--	--	--	--

<b>2</b>	<p><b>Exemple :</b></p> <p>Ci-contre est dessiné un prisme droit dont une base est un quadrilatère quelconque.</p> <p>Combien de faces possède-t-il ? 6.</p> <p>Combien de bases possède-t-il ? 2.</p> <p>Combien de faces latérales possède-t-il ? 4.</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	--	--	--------------------------	--------------------------

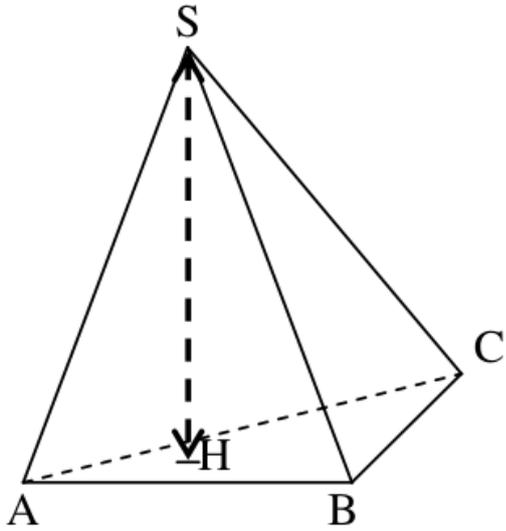
<b>2</b>	<p><b>C. Le cylindre de révolution :</b></p> <p>Un cylindre de révolution est un solide composé :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• □ de deux faces parallèles qui sont des disques de même rayon, et que l'on appelle bases.</li> <li>• □ une surface courbe appelée face latérale.</li> </ul> <p>La hauteur d'un cylindre est la longueur joignant les centres des bases.</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	--	--	--------------------------	--------------------------

<b>2</b>	<p><b>D. Les Pyramides :</b></p> <p><b>Pyramide quelconque de sommet S :</b></p> <p>Une pyramide est un solide composé :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'une base de forme polygonale (triangles, quadrilatères, ...).</li> </ul>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	--	--	--------------------------	--------------------------

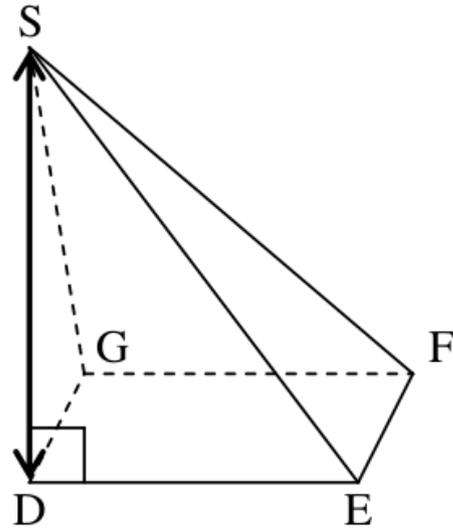
- de faces latérales triangulaires, ayant un sommet commun, le sommet de la pyramide.

La hauteur d'une pyramide est le segment perpendiculaire au plan de la base.

2



Pyramide à base triangulaire

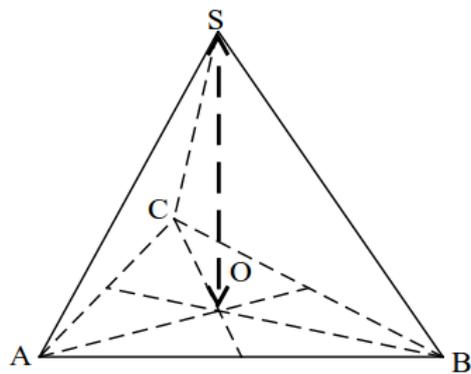


Pyramide à base rectangulaire, DONT UNE ARETE EST LA HAUTEUR

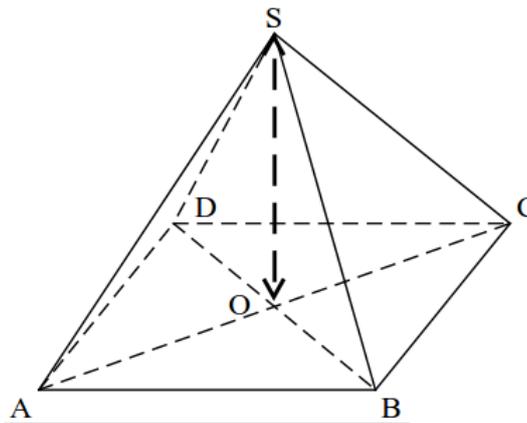
2

	Pyramide à base triangulaire	Pyramide à base rectangulaire
<b>SOMMET</b>	<b>S</b>	<b>S</b>
<b>BASE</b>	<b>ABC</b>	<b>DEFG</b>
<b>FACES LATÉRALES</b>	3 faces: ABS, BCS et ACS	4 faces : DES, EFS, FGS et GDS
<b>HAUTEUR</b>	<b>[SH]</b>	<b>[SD]</b>

2 Pyramide régulière de sommet S :



Pyramide régulière à base triangulaire



Pyramide régulière à base carrée

<p>ABC est un triangle équilatéral de centre de gravité O.</p>	<p>ABCD est un carré de centre O</p>
--	--------------------------------------

Une pyramide de sommet S est dite « régulière » lorsque :

- Sa base est un polygone régulier de centre O : triangle équilatéral, carré, ...
- [SO] est la hauteur de cette pyramide.

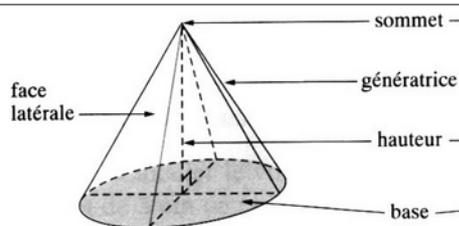
Remarque :

Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables.

**2 E. Le cône de révolution :**

Un cône est un solide composé :

- d'une base en forme de disque.
- d'une seule face latérale, non plane.
- d'un sommet.



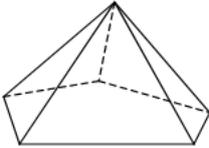
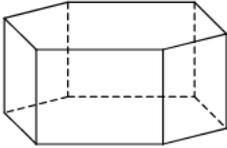
La hauteur d'un cône est le segment perpendiculaire au plan de la base.

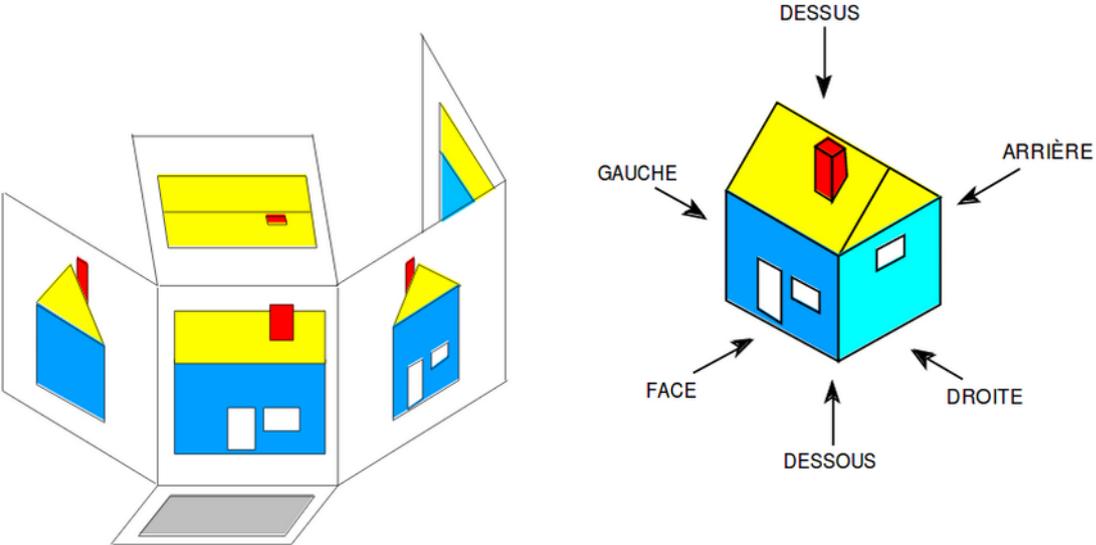
**2** P. 238 ex 1

**2** P. 238 ex 2

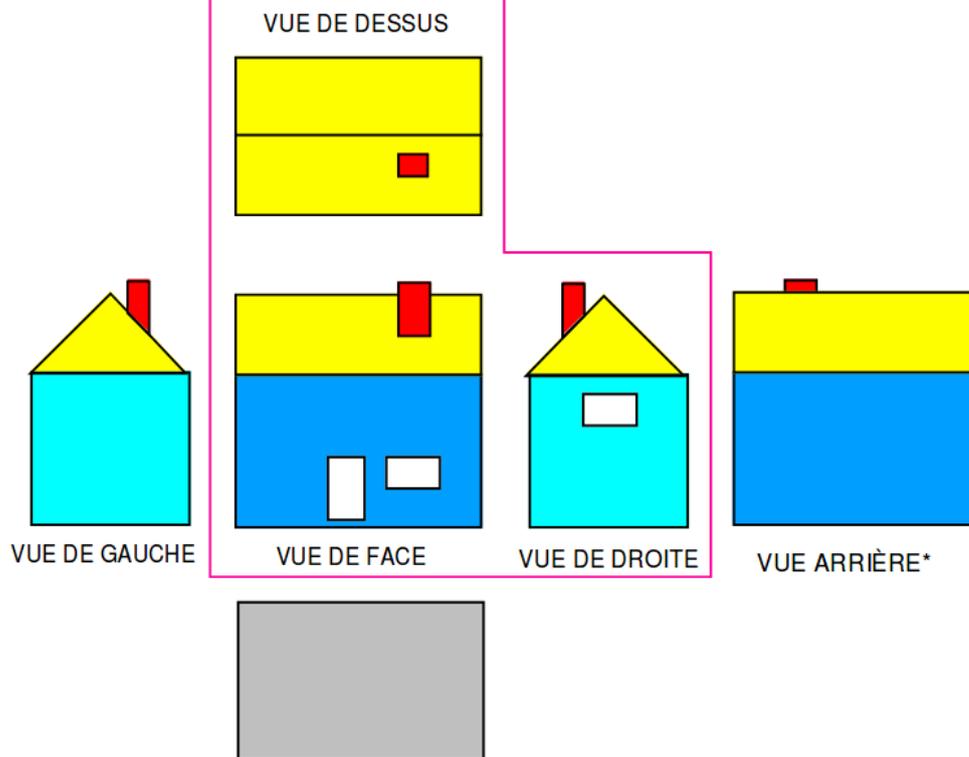
**2** P. 239 ex 9

**2** P. 244 ex 48

		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>2</b>	<p>DM :</p> <p>Réaliser un mindmap avec tous les types de solides vus en classe (quelconque, prisme droit, cylindre, pyramide, pyramide quelconque, pyramide régulière à base rectangulaire, pyramide régulière à base carrée, cône de révolution, ...)</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>3</b>	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>3</b>	<p>Objectif :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Développer sa vision de l'espace</li> <li>• Mettre en relation diverses représentations de solides : vue en perspective</li> </ul> <p>Modalités :</p> <p>Compétences travaillées :</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>3</b>	<p><b>II. Les vues d'un solide</b></p> <p><b>A. Vue en perspective cavalière</b></p> <p>Puisqu'il est impossible de faire tenir un solide sur une feuille plane, on le représente suivant un procédé de dessin appelé perspective cavalière.</p> <p>Exemples :</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>5 faces 9 arêtes (dont 3 cachées) 6 sommets</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>6 faces 10 arêtes (dont 3 cachées) 6 sommets</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>8 faces 18 arêtes (dont 5 cachées) 12 sommets</p> </div> </div> <p>Règles de représentation :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les faces avant et arrière (situées dans le même plan que la feuille) sont en vraie grandeur.</li> <li>• Les autres faces sont déformées par la perspective, qui ne conserve que le parallélisme.</li> <li>• Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.</li> </ul>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3	Présentation des fichiers géogébra sur les volumes de révolution	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Banque exercices n° 7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<p><b>Objectif :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en relation diverses représentations de solides : vue de face, vue en coupe</li> <li>• Mettre en relation diverses représentations de situations spatiales : patrons</li> </ul> <p><b>Modalités :</b></p> <p><b>Compétences travaillées :</b></p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<p><b>B. Les 6 vues de la projection orthogonale</b></p> <p>Le principe de représentation consiste à placer un objet au centre d'un cube, puis à projeter les vues sur ses faces.</p> <p>Il ne reste qu'à ouvrir le cube pour obtenir les vues sur une surface.</p> 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4



Tout objet peut être représenté par six vues. Habituellement, on dessine seulement celles qui sont nécessaires (2 ou 3). Les vues les plus utilisées forment un L



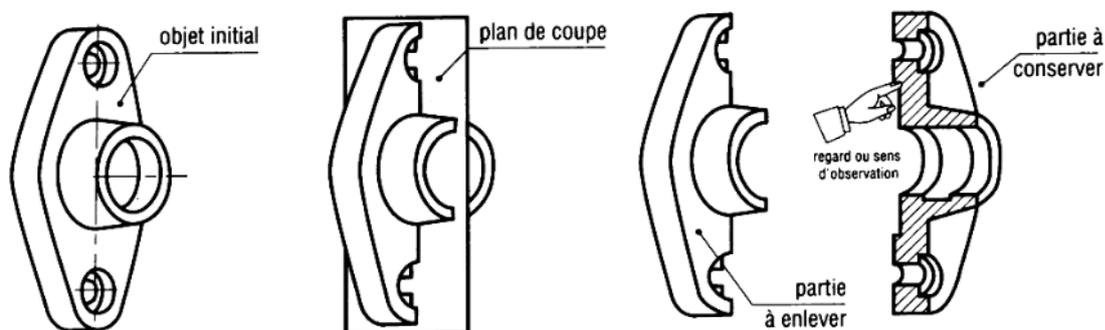
4

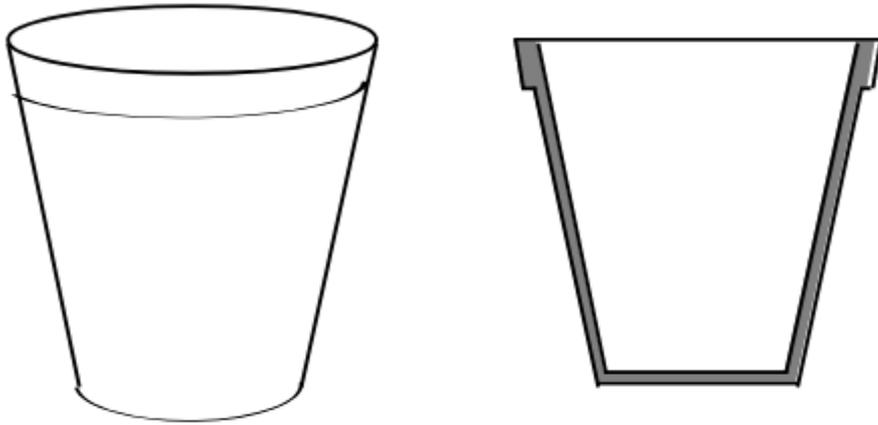
### C. Le plan de coupe

La coupe est un artifice qui permet de simplifier la compréhension de dessins complexes.

La coupe est virtuelle et nous permet de voir des détails intérieurs d'une pièce.

Les hachures mettent en évidence là où le solide est coupé.



<b>4</b>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<p><b>Vue extérieure</b>                      <b>Vue en coupe</b></p>		

<b>4</b>	P. 239 ex 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	-------------	--------------------------	--------------------------

<b>4</b>	P. 246 ex 57 + redessiner la vue de gauche comme une vue en coupe si cette coupe passe par le plan de symétrie.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	---	--------------------------	--------------------------


<b>5</b>	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	-------------------------	--------------------------	--------------------------

<b>5</b>	<b>Objectif : Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône</b> <b>Modalités :</b> <b>Compétences travaillées :</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	--	--------------------------	--------------------------

<b>5</b>	<p style="color: green; font-weight: bold; font-size: 1.2em;">III. Calcul du volume d'une pyramide et d'un cône</p> <p style="font-weight: bold;">A. Rappel – Tableaux de conversion</p> <p>i. Pour les longueurs :</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>km</th> <th>hm</th> <th>dam</th> <th>m</th> <th>dm</th> <th>cm</th> <th>mm</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr> <th colspan="2">EXERCICE 1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>a. 3 m =</td><td>cm</td></tr> <tr><td>b. 18 dam =</td><td>dm</td></tr> <tr><td>c. 157 m =</td><td>mm</td></tr> <tr><td>d. 750 m =</td><td>dm</td></tr> <tr><td>e. 54 km =</td><td>m</td></tr> <tr><td>f. 1,275 km =</td><td>dam</td></tr> <tr><td>g. 9,625 m =</td><td>cm</td></tr> <tr><td>h. 0,761 32 km =</td><td>dm</td></tr> <tr><td>i. 7,250 000 km =</td><td>m</td></tr> <tr><td>j. 8,25 km =</td><td>m</td></tr> </tbody> </table>	km	hm	dam	m	dm	cm	mm																																																																							EXERCICE 1		a. 3 m =	cm	b. 18 dam =	dm	c. 157 m =	mm	d. 750 m =	dm	e. 54 km =	m	f. 1,275 km =	dam	g. 9,625 m =	cm	h. 0,761 32 km =	dm	i. 7,250 000 km =	m	j. 8,25 km =	m	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
km	hm	dam	m	dm	cm	mm																																																																																																
EXERCICE 1																																																																																																						
a. 3 m =	cm																																																																																																					
b. 18 dam =	dm																																																																																																					
c. 157 m =	mm																																																																																																					
d. 750 m =	dm																																																																																																					
e. 54 km =	m																																																																																																					
f. 1,275 km =	dam																																																																																																					
g. 9,625 m =	cm																																																																																																					
h. 0,761 32 km =	dm																																																																																																					
i. 7,250 000 km =	m																																																																																																					
j. 8,25 km =	m																																																																																																					

<b>5</b>	ii. Pour les aires :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------	----------------------	--------------------------	--------------------------



		$\text{Aire de la base} = \frac{AB \times AC}{2}$ $= \frac{3 \times 4}{2}$ $= 6$ <p>Hauteur = 6</p> $V = \frac{6 \times 6}{3}$ $= 12 \text{ cm}^3$		
<p><b>5</b></p>	<p><b>D. Volume d'une pyramide ou d'un cône</b></p> <p>Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution, on calcule le tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur :</p> $V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ <p><i>Exemple :</i></p>	<p>Aire de la base = <math>\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2</math></p> <p>Hauteur = 5 cm</p> $V = \frac{50,27 \times 5}{3} = 83,78 \text{ cm}^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>Banque exercices n° 10</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>P. 240 ex 12</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>P. 240 ex 14</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>P. 241 ex 16</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>P. 241 ex 20</p>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<p><b>5</b></p>	<p>P. 244 ex 46</p>			